

Injektivität

$$1) f: (xy \geq 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := \frac{5}{10}x + \frac{4}{8}y + \frac{3}{9}$$

$$f: (xy < 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := 0$$

f ist nicht injektiv, da gilt
 $(x,y) \neq (x',y'), f(x,y) \neq f(x',y')$
 $(-11,-13) \neq (-7,-13)$ jedoch $f(-7,-13) = f(-11,-13)$

$$2) f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x,y) \mapsto f(x,y) := \frac{7}{4}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{6}y + \frac{5}{7}$$

f ist nicht injektiv
 4 wird erreicht von $(1.25, 0)$ und $(-1.49, 0)$

$$3) f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, (x,y) \mapsto f(x,y) := \frac{6}{10}x^2 + \frac{10}{4}x + \frac{3}{5}y + \frac{10}{2}$$

f ist nicht injektiv
 8 wird erreicht von $(0.98, 0)$ und $(-5.13, 0)$

$$4) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) := \frac{4}{6}x^4 + \frac{3}{7}x^3 + \frac{4}{2}x^2 + \frac{1}{1}x + \frac{5}{2}$$

f ist nicht injektiv
 6 wird erreicht von $x_1 = 0.92$ und $x_2 = -1.36$
 (f ist zwar stetig aber nicht streng monoton.)

$$5) f: (xy \geq 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := \frac{8}{4}x + \frac{7}{7}y + \frac{5}{5}$$

$$f: (xy < 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := 0$$

f ist nicht injektiv, da gilt
 $(x,y) \neq (x',y'), f(x,y) \neq f(x',y')$
 $(-6,-9) \neq (-3,-14)$ jedoch $f(-3,-14) = f(-6,-9)$

$$6) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) := \frac{7}{7}x + \frac{8}{1}$$

f ist injektiv, da gilt
 $x \neq x', f(x) \neq f(x')$
 $\frac{1}{1}x \neq \frac{1}{1}x'$
 $\Rightarrow x \neq x'$

$$7) f: (xy \geq 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := \frac{1}{8}x + \frac{5}{7}y + \frac{1}{7}$$

$$f: (xy < 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := 0$$

f ist nicht injektiv, da gilt
 $(x,y) \neq (x',y'), f(x,y) \neq f(x',y')$
 $(-5,-6) \neq (-8,-11)$ jedoch $f(-8,-11) = f(-5,-6)$

$$8) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) := \frac{5}{5}x^4 + \frac{5}{10}x^3 + \frac{6}{6}x^2 + \frac{3}{3}x + \frac{1}{5}$$

f ist nicht injektiv
 3 wird erreicht von $x_1 = 0.91$ und $x_2 = -1.37$
 (f ist zwar stetig aber nicht streng monoton.)

$$9) f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) := \frac{1}{1}x + \frac{4}{3}$$

f ist injektiv, da gilt
 $x \neq x', f(x) \neq f(x')$
 $\frac{1}{1}x \neq \frac{1}{1}x'$
 $\Rightarrow x \neq x'$

$$10) f: (xy \geq 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := \frac{9}{7}x + \frac{1}{1}y + \frac{6}{6}$$

$$f: (xy < 1) \rightarrow \mathbb{R}^2, (x,y) \mapsto f(x,y) := 0$$

f ist nicht injektiv, da gilt
 $(x,y) \neq (x',y'), f(x,y) \neq f(x',y')$
 $(-3,-19) \neq (-4,-19)$ jedoch $f(-4,-19) = f(-3,-19)$