Mathematik-Übungsblatt mit Lösungen von www.worksheeps.de / www.mathe-aufgaben.net
Mathe-Aufgaben mit Lösungen einfach schnell selbst erstellen.

Bijektivität

1) $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^2, x|\rightarrow f(x):=(\frac{3}{5}x+\frac{5}{9}, x^2)$
Ist die Abbildung bijektiv?

f ist injektiv, da gilt
$x\neq x', f(x)\neq f(x')$
$\frac{3}{5}x\neq\frac{3}{5}x'$
$\Rightarrow x\neq x'$
f ist nicht surjektiv, da z.B. ein Tupel wie (5,5)
mit zwei gleichen Komponenten nie erreicht wird.
Die Abbildung ist also nicht bijektiv.

2) $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^2, x|\rightarrow f(x):=(\frac{1}{1}x+\frac{1}{4}, x^2)$
Ist die Abbildung bijektiv?

f ist injektiv, da gilt
$x\neq x', f(x)\neq f(x')$
$\frac{1}{1}x\neq\frac{1}{1}x'$
$\Rightarrow x\neq x'$
f ist nicht surjektiv, da z.B. ein Tupel wie (5,5)
mit zwei gleichen Komponenten nie erreicht wird.
Die Abbildung ist also nicht bijektiv.

3) $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}, x|\rightarrow f(x):=\frac{5}{3}x^4+\frac{1}{4}x^3+\frac{1}{8}x^2+\frac{8}{7}x+\frac{1}{10}$
Ist die Abbildung bijektiv?

f ist nicht injektiv, da der y−Wert 3
von zwei x−Stellen $x_1=0.97$ und $x_2=-1.3$
erreicht wird. (Auch moeglich:
f ist zwar stetig aber nicht streng monoton.)
f ist nicht surjektiv, da der y−Wert −5
nicht erreicht wird.
Die Abbildung ist also nicht bijektiv.

4) $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}, x|\rightarrow f(x):=\frac{6}{2}x^3+\frac{6}{1}$
Ist die Abbildung bijektiv?

f ist injektiv, da gilt $x\neq x', f(x)\neq f(x'), \frac{3}{1}x^3\neq\frac{3}{1}x'^3\Rightarrow x\neq x'$
f ist surjektiv, da jedes z $\varepsilon\mathbb{R}$ erreicht werden kann.
$f(\sqrt[3]{\frac{1}{3}z-\frac{2}{1}})=z$
Die Abbildung ist also bijektiv.

5) $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^2, x|\rightarrow f(x):=(\frac{7}{6}x+\frac{2}{8}, x^2)$
Ist die Abbildung bijektiv?

f ist injektiv, da gilt
$x\neq x', f(x)\neq f(x')$
$\frac{7}{6}x\neq\frac{7}{6}x'$
$\Rightarrow x\neq x'$
f ist nicht surjektiv, da z.B. ein Tupel wie (5,5)
mit zwei gleichen Komponenten nie erreicht wird.
Die Abbildung ist also nicht bijektiv.

6) $f:\mathbb{R}^2\rightarrow\mathbb{R}, (x,y)|\rightarrow f(x,y):=\frac{9}{1}x^2+\frac{2}{5}x+\frac{4}{9}y+\frac{4}{1}$
Ist die Abbildung bijektiv?

f ist nicht injektiv
7 wird erreicht von (0.55,0) und (−0.6,0)
f ist surjektiv, da jedes z $\varepsilon\mathbb{R}$ erreicht werden kann.
$f(0,\frac{9}{4}z-\frac{16}{9})=z$
Die Abbildung ist also nicht bijektiv.

7) $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^2, x|\rightarrow f(x):=(\frac{2}{9}x+\frac{7}{3}, x^2)$
Ist die Abbildung bijektiv?

f ist injektiv, da gilt
$x\neq x', f(x)\neq f(x')$
$\frac{2}{9}x\neq\frac{2}{9}x'$
$\Rightarrow x\neq x'$
f ist nicht surjektiv, da z.B. ein Tupel wie (5,5)
mit zwei gleichen Komponenten nie erreicht wird.
Die Abbildung ist also nicht bijektiv.