

Cashflows und Interne-Zinsfuß-Methode (Zinsfuß = IRR)

Autor: Felix Heckert

Internal Rate of Return (IRR)

Der interne Zinsfuß ist eine kontinuierliche Zinsrate, bei der ein Investor indifferent ist zwischen einer Reihe von Cashflows und einem einfachen Bankkonto mit dem IRR als Zinseszinsrate. Der IRR ist der effektive Zinseszinssatz, der zu einer Reihe von Cashflows korrespondiert, die auf ein einfaches Bankkonto gemacht werden inklusive einem abschließenden Cashflow, der das Konto auf Null zurückstellt.

Um den IRR zu erhalten wird der Net Present Value (NPV) auf Null gesetzt.

$NPV = \sum_{t=0}^N \frac{CF(t)}{(1+i)^t} = 0 \Rightarrow i = IRR$	<i>NPV</i> : Net present value <i>CF(t)</i> : Cashflow in t <i>IRR</i> : Internal rate of return / Interner Zinsfuß <i>N</i> : Zeitpunkt des letzten Cashflows <i>t</i> : Zeit
--	--

Beispiel 1:

Cashflows:

CF(0) = +1000	CF(2) = -500	CF(4) = -600	CF(6) = -407
CF(1) = +750	CF(3) = 0	CF(5) = -600	

In diesem Fall sind CF(0) bis CF(5) „echte“ Cashflows. CF(6) ist die letzte Abhebung um das Bankkonto zurück auf Null zu setzen. Wenn das abschließende Kontoguthaben nicht als Cashflow behandelt wird, kann der IRR nicht korrekt berechnet werden.

$$NPV = \frac{1000}{(1+i)^0} + \frac{750}{(1+i)^1} + \frac{-500}{(1+i)^2} + \frac{0}{(1+i)^3} + \frac{-600}{(1+i)^4} + \frac{-600}{(1+i)^5} + \frac{-407}{(1+i)^6} = 0$$

$$\Rightarrow i = IRR = 0.0511 = 5.11 \%$$

Hinweis: Für die Berechnung des IRR ist ein Taschenrechner mit der entsprechenden Funktion nötig. Ein Finanz-Taschenrechner ist geeignet. Auch MS Excel kann den IRR berechnen.

Beispiel 2:

Gegeben seien die folgenden Cashflows. Berechne den IRR. Hinweis: CF(m/d/yy)

CF(1/1/08) = +1000	CF(5/1/08) = -600	CF(10/1/08) = +200	CF(1/1/09) = -750
--------------------	-------------------	--------------------	-------------------

1. Welche Zeiteinheit verwenden wir?

Die Zeiteinheit bestimmt die Frequenz der CFs(FOx): Tage 1/360, Monate 1/12 oder Jahre 1/1

2. Eingabe der Cashflows in den Taschenrechner

	<table border="1"> <thead> <tr> <th>t (m/d/yy)</th> <th>AV</th> <th>CF</th> <th>CF_{Calc}</th> <th>FO_{Calc}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1/1/08</td> <td>0</td> <td>+1000</td> <td>CF0 = 1000</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>C01 = 0</td> <td>F01 = 3</td> </tr> <tr> <td>5/1/08</td> <td>1,150</td> <td>-600</td> <td>C02 = -600</td> <td>F02 = 1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>C03 = 0</td> <td>F03 = 4</td> </tr> <tr> <td>10/1/08</td> <td>600</td> <td>+200</td> <td>C04 = 200</td> <td>F04 = 1</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>C05 = 0</td> <td>F05 = 2</td> </tr> <tr> <td>1/1/09</td> <td>750</td> <td>-750</td> <td>C06 = -750</td> <td>F06 = 1</td> </tr> </tbody> </table>	t (m/d/yy)	AV	CF	CF _{Calc}	FO _{Calc}	1/1/08	0	+1000	CF0 = 1000					C01 = 0	F01 = 3	5/1/08	1,150	-600	C02 = -600	F02 = 1				C03 = 0	F03 = 4	10/1/08	600	+200	C04 = 200	F04 = 1				C05 = 0	F05 = 2	1/1/09	750	-750	C06 = -750	F06 = 1
t (m/d/yy)	AV	CF	CF _{Calc}	FO _{Calc}																																					
1/1/08	0	+1000	CF0 = 1000																																						
			C01 = 0	F01 = 3																																					
5/1/08	1,150	-600	C02 = -600	F02 = 1																																					
			C03 = 0	F03 = 4																																					
10/1/08	600	+200	C04 = 200	F04 = 1																																					
			C05 = 0	F05 = 2																																					
1/1/09	750	-750	C06 = -750	F06 = 1																																					

AV: Account value / Kontoguthaben

3. Berechne den IRR mit dem Taschenrechner

IRR = 1.7212 % (Zinseszins, effektive Zinsrate pro Monat, $i^{(12)}/12$)

Einige IRR-Aufgaben erfordern die Definition der kontinuierlichen Zinsrate

$$\delta_t = \frac{A'(t)}{A(t)} = \frac{a'(t)}{a(t)}$$

Beispiel 3:

Gegeben sei eine Cashflow-Reihe zu einem Bankkonto. Berechne, wann das Guthaben einen bestimmten Betrag erreicht:

CF(0) = +1000	CF(2) = -300	CF(4) = -300
CF(1) = +100	CF(3) = -300	

Wann erreicht das Guthaben einen Betrag von 500? Das Bankkonto erhält Zinsen zu einer Rate von $i = 0.06$.

$$AV(t) = 1000 \cdot 1.06^t + 100 \cdot 1.06^{t-1} - 300 \cdot 1.06^{t-2} - 300 \cdot 1.06^{t-3} - 300 \cdot 1.06^{t-4}$$

$$AV(t) = 1.06^t \cdot \left(1000 + \frac{100}{1.06^1} - \frac{300}{1.06^2} - \frac{300}{1.06^3} - \frac{300}{1.06^4} \right)$$

$$500 = 1.06^t \cdot 337.83$$

$$1.48 = 1.06^t$$

$$t =_{1.06} \log(1.48) = 6.73$$

Beispiel 4:

Gegeben sei eine Cashflow-Reihe zu einem Bankkonto, das Zinsen zu einer variablen Rate erhält. Berechne das Guthaben zum Zeitpunkt $t = 6$ [Wochen]. Es wird angenommen, dass ein Jahr 52 Wochen hat.

Cashflows t in [Wochen]	Effektiver Jahreszins, jeweils gültig für eine Woche
CF(0) = +10,000	i = 0.052
CF(1) = +2,000	i = 0.054
CF(2) = 0	i = 0.051
CF(3) = -4,000	i = 0.050
CF(4) = 0	i = 0.049
CF(5) = -2,000	i = 0.048

$$AV(6) = \left\{ \left[\left(10000 \cdot 1.052^{\frac{1}{52}} + 2000 \right) \cdot 1.054^{\frac{1}{52}} \cdot 1.051^{\frac{1}{52}} - 4000 \right] \cdot 1.05^{\frac{1}{52}} \cdot 1.049^{\frac{1}{52}} - 2000 \right\} \cdot 1.048^{\frac{1}{52}}$$

$$AV(6) = 6053.81$$

Falls das Investment einer Geschäftsgebühr von $i = 0.004$ [p.a.] unterliegt, wie hoch ist das Guthaben bei $t = 6$ [weeks]?

$$AV(6) = \left\{ \left[\left(10000 \cdot 1.052^{\frac{1}{52}} \cdot 0.996^{\frac{1}{52}} + 2000 \right) \cdot 1.054^{\frac{1}{52}} \cdot 0.996^{\frac{1}{52}} \cdot 1.051^{\frac{1}{52}} \cdot 0.996^{\frac{1}{52}} - 4000 \right] \cdot 1.05^{\frac{1}{52}} \cdot 0.996^{\frac{1}{52}} \cdot 1.049^{\frac{1}{52}} \cdot 0.996^{\frac{1}{52}} - 2000 \right\} \cdot 1.048^{\frac{1}{52}} \cdot 0.996^{\frac{1}{52}}$$

$$AV(6) = 6049.47$$